

EINIGE ERGEBNISSE AUS DER THEORIE DES RINGFLÜGELS IN INKOMPRESSIBLER STRÖMUNG

Von JOHANNES WEISSINGER

Karlsruhe, Deutschland

EINLEITUNG UND ÜBERSICHT

Der Ringflügel* ist von jeher im Flugzeug- und Schiffbau von praktischer Bedeutung gewesen, vor allem im Zusammenhang mit Propulsions- und Kühlorganen, wobei man sich naturgemäss in erster Linie für die axiale Anströmung interessierte. In den Coleopteren wird er nunmehr auch als Tragwerk eingesetzt, womit sich alle Probleme der gewöhnlichen Tragflächentheorie auch für den Ringflügel stellen. Theoretisch ist der Ringflügel wegen des Fehlens der durch die Flügelenden bedingten Singularitäten wesentlich einfacher zu behandeln als der gewöhnliche Tragflügel, z.B. kann man für ihn leicht eine nahezu exakte Theorie der tragenden Fläche aufstellen, was für den gewöhnlichen Flügel bisher nur im Falle des elliptischen Grundrisses gelungen ist. Damit gewinnt der Ringflügel auch ein erhöhtes theoretisches Interesse. Man kann z.B. Näherungsmethoden, wie etwa die " $\frac{3}{4}$ -Punkt-Methode" sehr leicht auf ihre Genauigkeit nachprüfen oder bei Fragen, deren Beantwortung die Kenntnis der Potentialströmung voraussetzt—z.B. in der Grenzschichttheorie—ohne grosse Vorarbeiten oder besondere Komplikationen direkt das Kernproblem angreifen.

Wegen der hiermit angedeuteten grossen Bedeutung des Ringflügels für Theorie und Praxis ist im Jahre 1954 am Institut für Angewandte Mathematik der Technischen Hochschule Karlsruhe ein umfangreiches Programm zur theoretischen Untersuchung des Ringflügels in inkompressibler Strömung in Angriff genommen worden. Ich gebe zunächst stichwortartig einen systematischen Überblick über die wichtigsten Probleme:

* Für die Anregung zur Beschäftigung mit den Problemen des Ringflügels danke ich Herrn A. W. Quick, dem Leiter der DVL, die freundlicherweise die deutsche Fassung meiner Arbeiten in ihre Berichtreihe aufgenommen hat. Dem Air Research and Development Command in Brüssel danke ich für finanzielle Unterstützung und manche andre Hilfe, der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Förderung der Untersuchungen über ummantelte Propeller, den Firmen bzw. Instituten Bölkow, BTZ, ONERA, SNECMA für den Austausch von Informationen, den Mitarbeitern meines Instituts—besonders Herrn K. Nickel, dem u.a. die in Teil II mitgeteilten Ergebnisse zu danken sind—für ihre gewissenhafte und kritische Mitarbeit. Nicht zuletzt aber gilt mein Dank Herrn L. Malavard, der mir die Hälfte seiner Redezeit aus eigener Initiative zur Verfügung stellte, für eine überaus kollegiale Zusammenarbeit.

I. Reibungslose Strömung.

(a) Druckverteilung, Kräfte und Momente.

(1) Grundaufgabe: Berechnung der Radialgeschwindigkeit $v_r = T\gamma$ einer beliebigen Ringwirbelverteilung $\gamma(\xi, \varphi)$ und Lösung der Integralgleichung $T\gamma = \alpha(\xi, \varphi)$ für beliebiges $\alpha(\xi, \varphi)$.

(2) Wirkung eines Ruderausschlags.

(3) Einfluss der Profildicke.

(b) Das induzierte Geschwindigkeitsfeld im ganzen Raum.

(c) Interferenz (An- und Einbauten).

(1) Zentralkörper (Rumpf).

(2) Propeller.

(3) Streben (Innenflügel).

(4) Aussenflügel.

II. Grenzschicht und Widerstand.

(a) Axialsymmetrische Strömung.

(1) Grenzschicht, laminar und turbulent.

(a) Ablösung.

(b) Umschlag und Stabilität.

(2) Profilwiderstand.

(b) Angestellter Ringflügel.

(1) Berechnung von Grenzschicht, Ablösung und Profilwiderstand ohne Berücksichtigung der Querströmung.

(2) Dreidimensionale Grenzschicht.

Im Folgenden möchte ich summarisch über die erzielten Ergebnisse, die laufenden und noch geplanten Arbeiten berichten. Bezüglich der Einzelheiten muss ich auf die (grösstenteils in deutscher und englischer Sprache) veröffentlichten Berichte verweisen, nur gelegentlich werde ich ein Detail etwas ausführlicher beleuchten.

1. REIBUNGSLOSE STRÖMUNG

A. Druckverteilung am Flügel; Kräfte und Momente

1. Grundlegend für die ganze Theorie ist die von einer Ringwirbelschicht $\gamma(\xi, \varphi)$ nebst abgehenden axialen Wirbeln auf einem Kreiszyylinder der Länge L und vom Radius R induzierte Radialgeschwindigkeit

$$v_r = \frac{\lambda}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_{-\pi}^{\pi} \gamma(\xi', \varphi') \frac{\eta \cos 2\psi}{[\eta^2 + 4 \sin^2 \psi]^{3/2}} d\varphi' d\xi' -$$

$$- \frac{\lambda}{8\pi} \int_{-1}^1 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial \gamma}{\partial \varphi'} \left\{ 1 + \frac{\eta}{[\eta^2 + 4 \sin^2 \psi]^{1/2}} \right\} \operatorname{ctg} \psi d\varphi' d\xi' = T\gamma$$

mit

$$\lambda = L/2R = 1/A, \quad \xi = 2x/L, \quad \eta = \lambda(\xi - \xi'), \quad \psi = (\varphi' - \varphi)/2$$

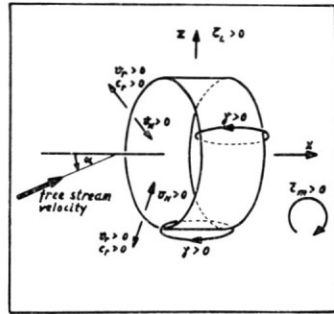
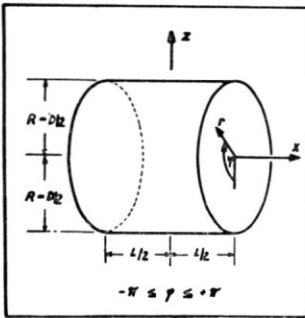
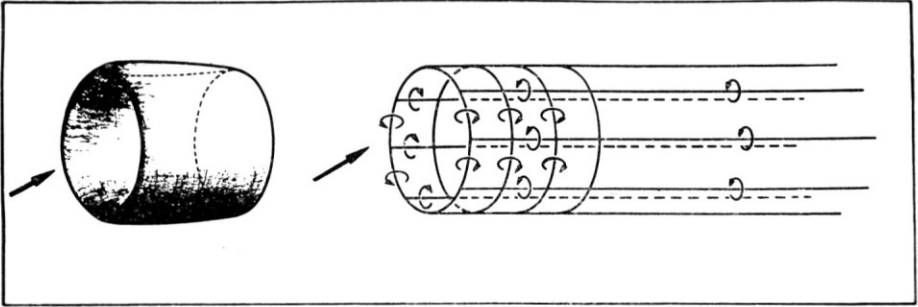


BILD 1. Wirbel Systeme, Koordinaten, Bezeichnungen, u.s.w.

(vgl. Bild 1). Nach Fourientwicklung von γ :

$$\gamma(\xi, \varphi) = V \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} g_n(\xi) \cos n\varphi + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{g}_n(\xi) \sin n\varphi \right\}$$

erhält man

$$T\gamma = V \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} T_n g_n \cos n\varphi + \sum_{n=1}^{\infty} T_n \bar{g}_n \sin n\varphi \right\}$$

mit

$$T_n f(\xi) = \frac{n\lambda}{4} \int_{-1}^1 f(\xi') d\xi' + \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(\xi')}{\xi - \xi'} d\xi' + \frac{\lambda}{2\pi} \int_{-1}^1 f(\xi') U_n(\eta) d\xi'$$

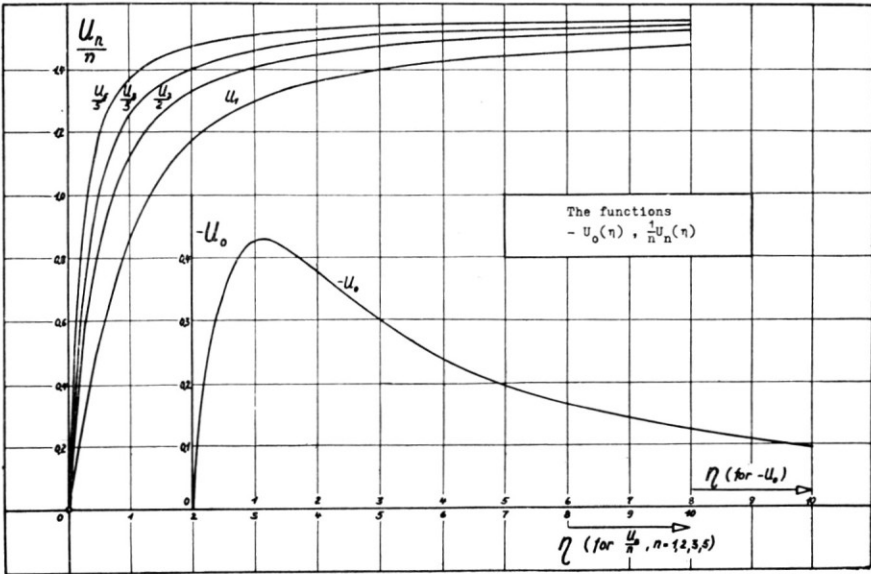


BILD 2. Die Funktionen $-U_0(\eta)$, $\frac{1}{n} U_n(\eta)$.

Die Kernfunktionen $U_n(\eta)$ (vgl. Bild 2) lassen sich durch die von Riegels⁽¹¹⁾ tabellierten elliptischen Integrale $R_n(k^2) = k'^2 G_n(k^2)$, $k^2 = 4/(\eta^2 + 4)$ ausdrücken und sind für $n = 0, 1, 2, 3, 5$ in ^(19, 20) ausführlich tabelliert.

Ist nun ein nahezu kreissymmetrischer Flügel, der übrigens nicht rotationssymmetrisch sein muss, mit unendlich dünnem Profil gegeben, und ist $V_r(\xi, \varphi) = -V\alpha(\xi, \varphi)$ die Radialkomponente der Anströmung, d.h. $\alpha(\xi, \varphi)$ der örtliche Anstellwinkel, so liefert die Bedingung tangentialer Strömung an der Flügelfläche unter den üblichen Linearisierungen die Gleichung $v_r + V_r = 0$, d.h.

$$T\gamma = V\alpha(\xi, \varphi).$$

Nach Fourierentwicklung von $\alpha(\xi, \varphi)$:

$$\alpha(\xi, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n(\xi) \cos n\varphi + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\alpha}_n(\xi) \sin n\varphi$$

zerfällt diese zweidimensionale Integralgleichung in ein System eindimensionaler Integralgleichungen:

$$T_n g_n = \alpha_n, \quad T_n \bar{g}_n = \bar{\alpha}_n.$$

Das ist die entscheidende Erleichterung gegenüber der gewöhnlichen Tragflächentheorie, in der eine solche Zerfällung nicht möglich ist. Ist der Flügel ein exakter Kreiszyylinder, so besteht die einzige, bei der Berechnung von γ gemachte Vernachlässigung darin, dass in Wirklichkeit die von der Hinterkante abgehenden freien Wirbel nicht genau als axiale Wirbel auf einem Kreiszyylinder liegen.

Da die unbekanntes Fourierkoeffizienten $g_n(\xi)$, $\bar{g}_n(\xi)$ demselben Integraloperator T_n unterworfen sind, genügt es, die Lösung der Integralgleichungen $T_n g_n = \alpha_n$ zu beschreiben, sich also auf reine Cosinusreihen zu beschränken, was in den meisten Anwendungen aus Symmetriegründen ohnehin der Fall ist.

Entwickelt man $\alpha_n(\xi)$ in eine Fourierreihe:

$$\alpha_n(\xi) = a_{0n}/2 + \sum_{\nu=1}^{\infty} a_{\nu n} \cos \nu \theta, \quad \xi = -\cos \theta$$

und setzt $g_n(\xi)$ als eine Birnbaumreihe an:

$$g_n(\xi) = c_{0n} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} c_{\nu n} \sin \nu \theta,$$

so ergibt sich für die Unbekannten $c_{\nu n}$ ein lineares Gleichungssystem mit nur von λ abhängigen Koeffizienten, das in Matrixschreibweise lautet:

$$\mathfrak{M}_n \mathbf{r}_n = \mathbf{u}_n,$$

wenn mit \mathbf{r}_n bzw. \mathbf{u}_n der Vektor der $c_{\nu n}$ bzw. der $a_{\nu n}$ bezeichnet wird.

An einem rotationssymmetrischen Flügel tritt bei axialer Anströmung nur die Fourierkomponente $n = 0$ auf, bei Anstellung kommt noch $n = 1$ hinzu. Gesamtauftrieb und Moment eines beliebigen Flügels hängen nur von $n = 1$ ab, wie weiter unten gezeigt wird. Für die somit wichtigsten Fälle $n = 0$ und 1 sind die Anfangsabschnitte der Matrizen \mathfrak{M}_n und ihrer Inversen \mathfrak{M}_n^{-1} für $\lambda = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2$ und für $n = 1$ auch noch $\lambda = 5$ in ^(19, 20) tabelliert, so dass für die gängigen Profilformen die zugehörigen Wirbelverteilungen mittels linearer Superposition sofort hingeschrieben werden können. Besonders wichtig sind die Anstellwinkelverteilungen

$$\alpha(\xi, \varphi) = \cos \varphi, \quad \text{d.h.} \quad \alpha_1^{(0)}(\xi) = \alpha_1^{(0)}(\xi) = 1$$

$$\alpha(\xi, \varphi) = -\xi \cos \varphi, \quad \text{d.h.} \quad \alpha_1^{(1)}(\xi) = \alpha_1^{(1)}(\xi) = -\xi = \cos \theta.$$

Die Birnbaumkoeffizienten $c_{\nu 1}^{(0)}$, $c_{\nu 1}^{(1)}$ der zugehörigen Wirbelverteilungen $g_1^{(0)}(\xi)$, $g_1^{(1)}(\xi)$ sind in ^(19, 20) gesondert tabelliert.

Sieht man im Rahmen der Linearisierung von induzierten mittleren Axialgeschwindigkeiten ab, so lautet der Beiwert c_r der auf einen Profilschnitt wirkenden Radialkraft

$$c_r = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{c}_{rn} \cos n\varphi, \quad c_{rn} = - \int_{-1}^1 g_n(\xi) d\xi = -\pi(c_{0n} + c_{1n}/2)$$

und der entsprechende Beiwert c_m des auf die Profilmitte bezogenen, bei Einwärtsdrehung der Vorderkante positiv gerechneten Moments

$$c_m = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{c}_{mn} \cos n\varphi, \quad c_{mn} = -\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \xi g_n(\xi) d\xi = \frac{\pi}{4} \left(c_{0n} + \frac{c_{2n}}{2} \right).$$

Daraus erhält man sofort die auf die Zylinderfläche $2\pi RL$ bezogenen Beiwerte \bar{c}_L und \bar{c}_m des Gesamtauftriebs und -moments:

$$\bar{c}_L = -\frac{1}{2} c_{r1} = \frac{\pi}{2} (c_{01} + c_{11}/2)$$

$$\bar{c}_m = \frac{1}{2} c_{m1} = \frac{\pi}{8} (c_{01} + c_{21}/2) \quad (\text{schwanzlastig positiv}),$$

die man nach den Reziprozitätssätzen der Tragflügeltheorie⁽²⁾ mittels der oben angeführten Grundverteilungen auch folgendermassen schreiben kann:

$$\bar{c}_L = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \alpha_1(-\xi) g_1^{(0)}(\xi) d\xi$$

$$\bar{c}_m = -\frac{1}{4} \int_{-1}^1 \alpha_1(-\xi) g_1^{(1)}(\xi) d\xi.$$

Für einen rotationssymmetrischen Flügel ist $\alpha_1(\xi)$ gleich dem Anstellwinkel α (zwischen Anströmungsrichtung und Flügelachse) und damit

$$d\bar{c}_L/d\alpha = \frac{\pi}{2} (c_{01}^{(0)} + c_{11}^{(0)}/2)$$

$$d\bar{c}_m/d\alpha = \frac{\pi}{8} (c_{01}^{(0)} + c_{21}^{(0)}/2) = -\frac{\pi}{4} (c_{01}^{(1)} + c_{11}^{(1)}/2).$$

Die Lage x_{ac} des Neutralpunktes ergibt sich daraus vermöge

$$\xi_{ac} = 2x_{ac}/L = -2\bar{c}_m/\bar{c}_L = -\frac{1}{2} \frac{c_{01}^{(0)} + c_{21}^{(0)}/2}{c_{01}^{(0)} + c_{11}^{(0)}/2}$$

mit den Grenzfällen $\xi_{ac} = -0.5$ für $\lambda = 0$ (wie im ebenen Problem) und $\xi_{ac} = -1$ für $\lambda = \infty$. Für den Auftrieb gelten die asymptotischen Formeln

$$d\bar{c}_L/d\alpha \approx \frac{\pi}{\frac{\pi\lambda}{2} + 1} \quad \text{für kleine } \lambda,$$

$$d\bar{c}_L/d\alpha \approx \frac{1}{\lambda} \quad \text{für grosse } \lambda.$$

Mittels der tabellierten Kernfunktion $U_1(\eta)$, die recht genau durch die Funktion $\text{arctg}(1.2\eta)$ approximiert werden kann, gewinnt man nach der $\frac{3}{4}$ -Punkt-Methode die Näherungsformeln

$$d\bar{c}_L/d\alpha \approx \frac{\pi}{1 + \frac{\pi\lambda}{2} + \lambda U_1(\lambda)} \approx \frac{\pi}{1 + \frac{\pi\lambda}{2} + \lambda \text{arctg}(1.2\lambda)},$$

welche nicht nur die angeführten asymptotischen Werte richtig liefern sondern im ganzen λ -Bereich praktisch mit den exakten Werten übereinstimmen. Analog kann man auch für die Neutralpunktlage eine Näherungsformel herleiten:

$$\xi_{ac} = -0.5 - \frac{\lambda}{6} \frac{U_1 \frac{3\lambda}{2}}{1 + \frac{\lambda}{3} \left[U_1(\lambda) + U_1\left(\frac{\lambda}{2}\right) - U_1\left(\frac{3\lambda}{2}\right) \right]},$$

welche die Grenzfälle $\lambda = 0$ und $\lambda = \infty$ richtig wiedergibt und im übrigen Bereich brauchbare Übereinstimmung mit den exakten Werten ergibt.

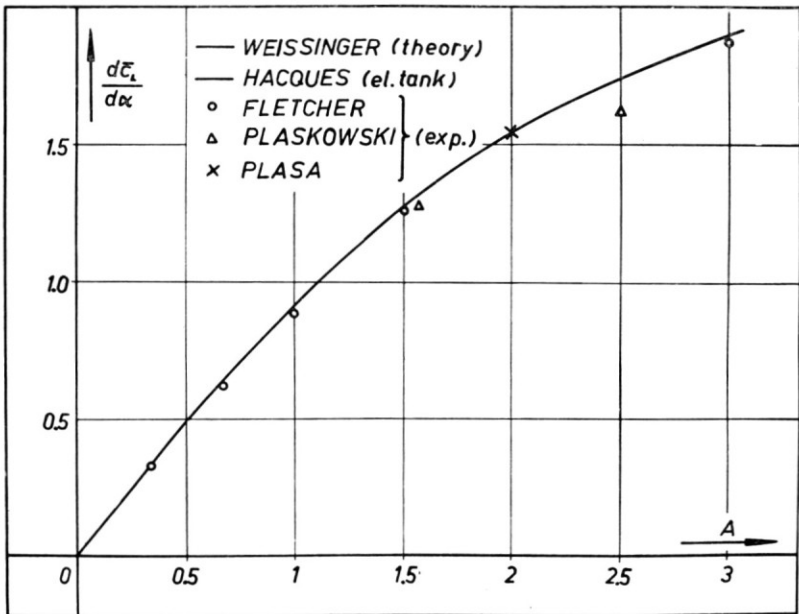


BILD 3. Profilbeiwert $d\bar{c}_L/d\alpha$ für Ringflügel.

In Bild 3 ist die theoretische Kurve $d\bar{c}_L/d\alpha$ über $A = 1/\lambda$ aufgetragen und mit Messungen verglichen. Die Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Malavard-Hacques^(4, 7) ist vollkommen und mit den Windkanalresultaten ausgezeichnet. Besonders sei folgende Konsequenz dieser Übereinstimmung hervorgehoben: In der klassischen Prandtl'schen Traglinientheorie wurde bekanntlich nicht mit dem Profilbeiwert $(dc_L/d\alpha)_\infty$ der zweidimensionalen Theorie {z.B. $(dc_L/d\alpha)_\infty = 2\pi$ für unendlich dünne Profile} gearbeitet, sondern ein (angeblich durch Grenzschichteinflüsse u.dgl.) um 10–20% verminderter Beiwert benutzt. Bereits in ⁽²⁴⁾ wurde darauf hingewiesen, dass diese angebliche Profileigenschaft im wesentlichen durch die Umrechnung der an Flügeln endlicher Streckung gewonnenen Messergebnisse auf unendliche Streckung mittels der nicht genügend genauen Traglinientheorie zustande gekommen ist und dass in einer exakten Theorie der tragenden Fläche eine empirisch begründete Abminderung des theoretischen Profilbeiwerts nahezu überflüssig ist. Dieser Hinweis wird durch die vorliegenden Ergebnisse am Ringflügel in überzeugender Weise bestätigt.

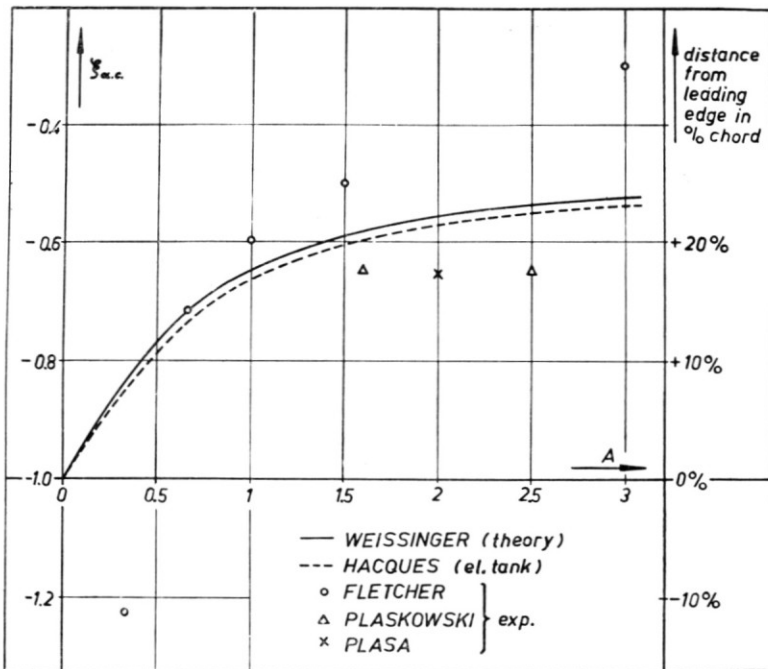


BILD 4. Neutralpunktlage für Ringflügel.

In Bild 4 findet man einen entsprechenden Vergleich für die Neutralpunktlage. Es zeigt sich befriedigende Übereinstimmung zwischen den exakt aus der Integralgleichung und den nach der Näherungsformel

berechneten Werten sowie den Ergebnissen von Malavard-Hacques. Dagegen ist die Übereinstimmung mit den Windkanalergebnissen teilweise sehr unbefriedigend, insbesondere mit den Messungen von Fletcher⁽³⁾.

Besonders fällt u.a. auf, dass bei grossen Werten von A , wo man eigentlich ähnliche Verhältnisse wie im ebenen Problem erwarten sollte, der Neutralpunkt weit hinter dem $\frac{1}{4}$ -Punkt liegt. Das ist aber nicht überraschend. Denn offensichtlich spielen im Momentenhaushalt des Ringflügels, insbesondere bei grossem Radius, d.h. bei grossem A , die axialen Kräfte (z.B. Saugkraft, Widerstand) eine viel grössere Rolle als beim gewöhnlichen Flügel, wo die Wirkungslinie dieser Kräfte nahezu durch den Momentenbezugspunkt läuft.

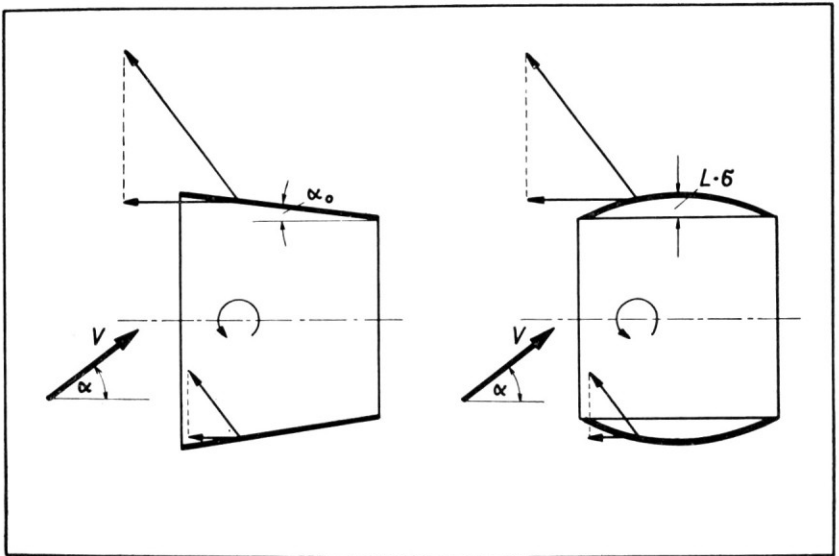


BILD 5. Kopplastiges Moment in Folge von Axialkräften bei Konischen oder gewobten Ringflügeln.

Im Gegensatz zum Auftrieb können für das Moment des Ringflügels kleine Abweichungen von der kreiszylindrischen Form, für welche die obige Neutralpunktsformel eigentlich entwickelt ist, von erheblicher Bedeutung sein. Bei einem konischen Flügel z.B. (vgl. Bild 5) steht ein Profil der unteren Flügelpartie unter dem Anstellwinkel $\alpha - \alpha_0$, das gegenüberliegende dagegen unter $\alpha + \alpha_0$. Bei grossem A werden die resultierenden Luftkräfte an beiden Profilen parallel sein und nahezu senkrecht auf der Anströmung stehen, man erhält also am oberen Profil eine grössere nach vorn gerichtete Kraftkomponente als am unteren, d.h. ein kopplastiges Moment, was einer Neutralpunktverschiebung nach

hinten entspricht. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei einem gewölbten Profil. Auch die Profildicke, auf die wir noch zu sprechen kommen, gibt einen—allerdings sehr kleinen—Effekt.

Diese Einflüsse lassen sich theoretisch erfassen und sind für den konischen Flügel mit dem (halben) Öffnungswinkel α_0 (vgl. Bild 5), das Kreisbogenprofil der relativen Wölbung σ und das symmetrische Joukowski-Profil der relativen Dicke τ berechnet worden. Für die Neutralpunktverschiebung Δx_{ac} in den beiden ersten Fällen erhält man die Formeln

$$\Delta x_{ac}/L\alpha_0 = \frac{1}{2\lambda} \left[\frac{c_{00}^{(0)} c_{01}^{(0)}}{c_{01}^{(0)} + c_{11}^{(0)}/2} - 1 \right]$$

$$\Delta x_{ac}/L\sigma = \frac{1}{\lambda} \frac{c_{01}^{(0)} + c_{21}^{(0)}/2}{c_{01}^{(0)} + c_{11}^{(0)}/2} = -\frac{2}{\lambda} \xi_{ac}^{(c)},$$

wobei mit $\xi_{ac}^{(c)}$ jetzt die oben mit ξ_{ac} bezeichnete Neutralpunktlage des Kreiszyinders gemeint ist. Für kleine Werte von λ gilt asymptotisch

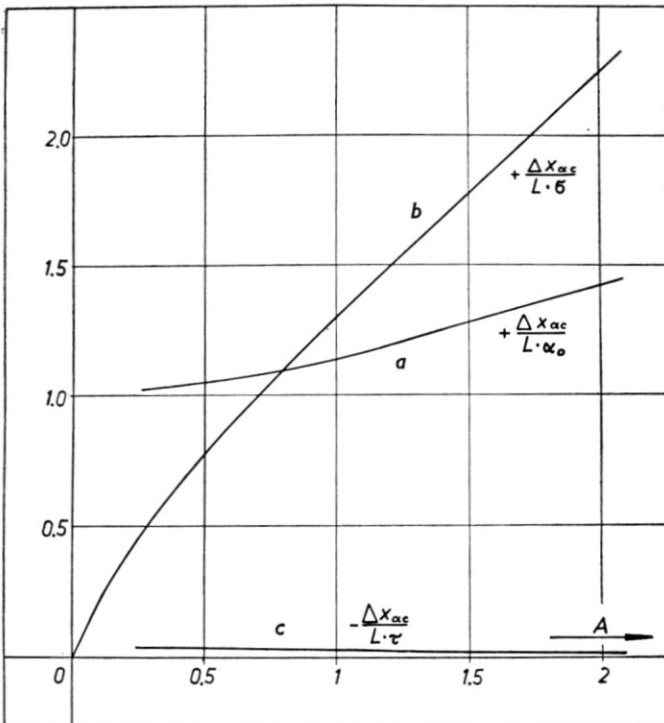


BILD. 6. Verschiebung des Neutralpunktes in Folge von Axialkräften für Ringflügel mit:

- (a) Konischer Form (Steigung α_0).
- (b) Kreisbogenprofil (rel. Wölbung σ).
- (c) Symmetrisches Joukowski Profil (rel. Dicke τ).

$$\Delta x_{ac}/L\alpha_0 \sim 1/2\lambda = A/2$$

$$\Delta x_{ac}/L\sigma \sim 1/\lambda = A,$$

d.h. die Neutralpunktverschiebung strebt mit dem Durchmesser (bei fester Tiefe) gegen Unendlich. Die drei Verschiebungseffekte sind in Bild 6 über A aufgetragen. Der Dickeneffekt ist vernachlässigbar klein, die beiden andern wirken im Sinne einer Neutralpunktverschiebung nach hinten, wenn der Flügel konisch verengt oder nach aussen gewölbt ist (vgl. Bild 5).

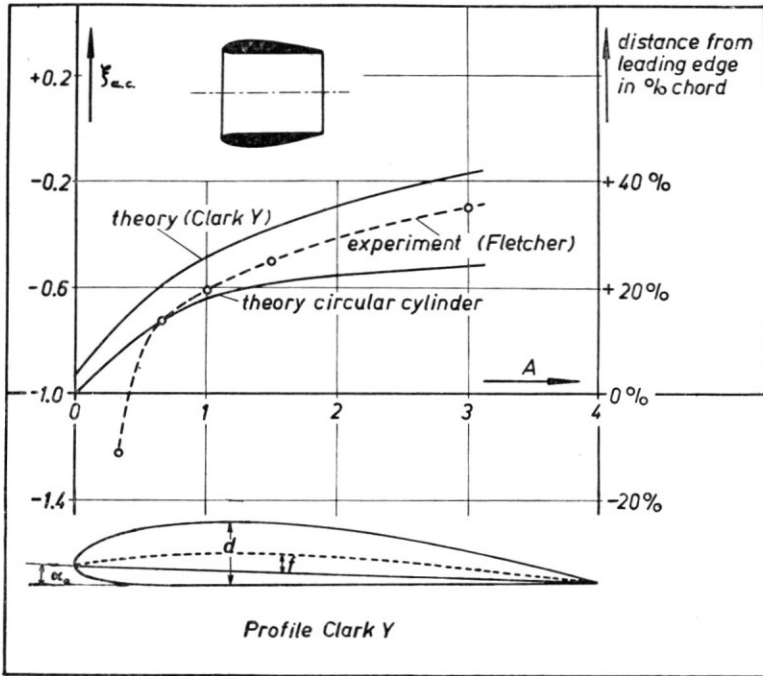


BILD 7. Neutralpunktlage von Ringflügeln mit Clark Y Profil in Vergleich zu Kreiszyylinder Flügeln.

Der von Fletcher vermessene Flügel besass ein Clark Y Profil, seine Skelettlinie also den Öffnungswinkel $\alpha_0 = 0.034$ ($\approx 2^\circ$) und die Wölbung $\sigma = 0.036$. In Bild 7 ist die Neutralpunktlage dieses Flügels (allerdings unter der Annahme, dass die Wölbung von einem Kreisbogen herrührt) zusammen mit der theoretischen Kurve des genau kreiszylindrischen Flügels und der von Fletcher gemessenen Kurve über A aufgetragen. Für $A > 0.7$ verläuft die letztere zwischen den beiden theoretischen Kurven. Man darf daraus aber nicht einfach den Schluss ziehen, dass die obigen Neutralpunktkorrekturen zu gross sind; die verbleibenden Differenzen

könnten auch dem Profilwiderstand oder anderen noch nicht berücksichtigten Effekten zuzuschreiben sein. So könnte z.B. die sehr starke Vorlage des Neutralpunkts bei kleinem A damit begründet werden, dass ein sehr langgestreckter Ringflügel sich ähnlich wie ein schlanker Körper verhält, worauf schon Fletcher hingewiesen hat.

Als Beiwert \bar{c}_{Di} des induzierten Widerstandes ergibt sich

$$\bar{c}_{Di} = \frac{\lambda}{8} \sum_{n=1}^{\infty} n c_{rn}^2 = \frac{\lambda}{8} \left(4 \bar{c}_L^2 + \sum_{n=2}^{\infty} n c_{rn}^2 \right)$$

mit den oben eingeführten Radialkraftbeiwerten c_{rn} . Daraus folgt, dass der rotationssymmetrische Flügel, für den ja $c_{rn} = 0$ ($n \geq 2$) gilt, unter allen Ringflügeln gleicher Streckung A bei gegebenem Auftriebsbeiwert den kleinsten induzierten Widerstandsbeiwert besitzt, nämlich

$$\bar{c}_{Di} = \frac{\lambda}{2} \bar{c}_L^2.$$

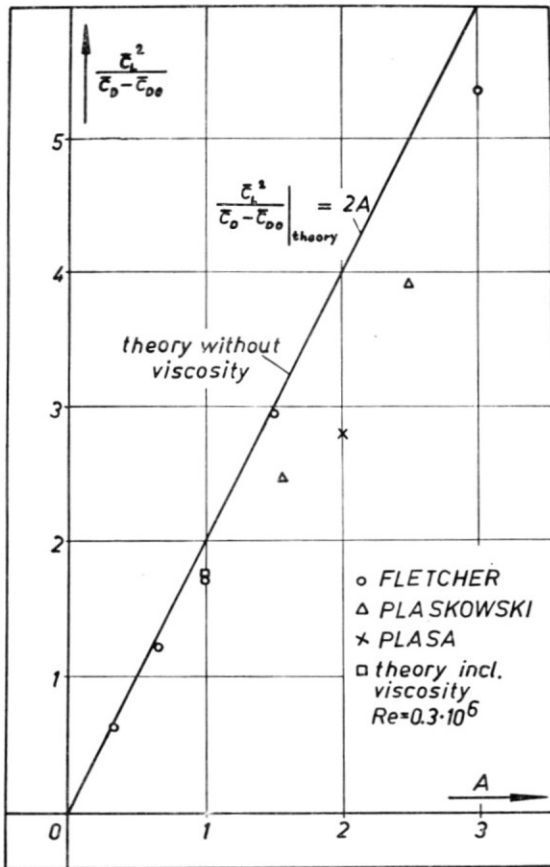


BILD 8. Prüfung der Formel $\bar{c}_{Di} = \bar{c}_L^2 (2A)$ für den induzierten Widerstand Von Ringflügeln.

Diese Widerstandsformel wird durch die Messungen gut bestätigt, vgl. Bild 8. Wäre \bar{c}_{Di} genau die Differenz zwischen Gesamtwiderstand \bar{c}_D und Profilwiderstand \bar{c}_{D0} (bei axialer Anströmung), so müsste $\frac{\bar{c}_L^2}{\bar{c}_D - \bar{c}_{D0}}$ aufgetragen über A eine Gerade der Steigung 2 durch den Nullpunkt ergeben. Dass die Messpunkte in Bild 8 alle etwas rechts von dieser Geraden liegen, ist nicht verwunderlich, da der Profilwiderstand mit dem Anstellwinkel etwas ansteigt. Für einen Flügel ($\lambda = 1$) ist diese Profilwiderstandskorrektur nach einer theoretischen Rechnung (s. II B) hinzugefügt, die vollkommene Übereinstimmung mit dem entsprechenden Messpunkt dürfte allerdings (schon wegen der offensichtlichen Streuung dieser Punkte) auf Zufall beruhen.

2. Der Einfluss einer beliebigen Anstellwinkelverteilung, insbesondere also auch eines Ruderausschlags, auf Auftrieb und Moment kann leicht mittels der bekannten Funktionen $g_1^{(0)}(\xi)$, $g_1^{(1)}(\xi)$ aus den oben angeführten Reziprozitätsformeln berechnet werden. Nimmt man an, dass das Ruder den Bereich $-\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0$, $\xi_0 \leq \xi \leq 1$ des Flügels einnimmt und dass ein Ausschlag um den Winkel β (positiv nach aussen) den Anstellwinkel $\alpha(\xi, \varphi)$ in diesem Bereich um den konstanten Wert β vergrössert, so ergibt sich

$$\begin{aligned} d\bar{c}_L/d\beta &= \frac{\sin \varphi_0}{\pi} s_1^{(0)}, & s_1^{(0)} &= \int_{-1}^{-\xi_0} g_1^{(0)}(\xi) d\xi \\ d\bar{c}_m/d\beta &= -\frac{\sin \varphi_0}{2\pi} s_1^{(1)}, & s_1^{(1)} &= \int_{-1}^{-\xi_0} g_1^{(1)}(\xi) d\xi \end{aligned}$$

und als Druckpunktlage

$$\xi_{cp} = -2 \frac{d\bar{c}_m}{d\beta} \bigg/ \frac{d\bar{c}_L}{d\beta} = s_1^{(1)} \bigg/ s_1^{(0)}.$$

Die Grössen $s_1^{(0)}$, $-\frac{1}{2} s_1^{(1)}$ und ξ_{cp} sind in den Bild 9a, 10a, 11 über der Lage ξ_0 der Rudervorderkante für verschiedene Parameterwerte A aufgetragen. Die Funktion $s_1^{(0)}(-\xi_0) \cos \varphi$ gibt offenbar die auch von Malavard-Hacques bestimmte zwischen -1 und $-\xi_0$ vorhandene Zirkulation des angestellten kreiszylindrischen Flügels wieder. Die von Malavard-Hacques erhaltenen Ergebnisse stimmen vollkommen mit den in Bild 9a gezeigten überein. Interessant ist das Überschneiden der Momenten- bzw. Druckpunktkurven. Es lässt sich anschaulich damit erklären, dass ein sehr langes Rohr die Strömung sehr stark ausrichtet, so dass der Ausschlag eines kurzen Ruders die Druckverteilung im wesentlichen nur im Ruderbereich beeinflusst, während andererseits bei einem solchen Flügel der Druckpunkt eines über die ganze Tiefe gehenden Ruders (ebenso wie der Neutralpunkt des langen Ringes) in der Vorderkante liegt.

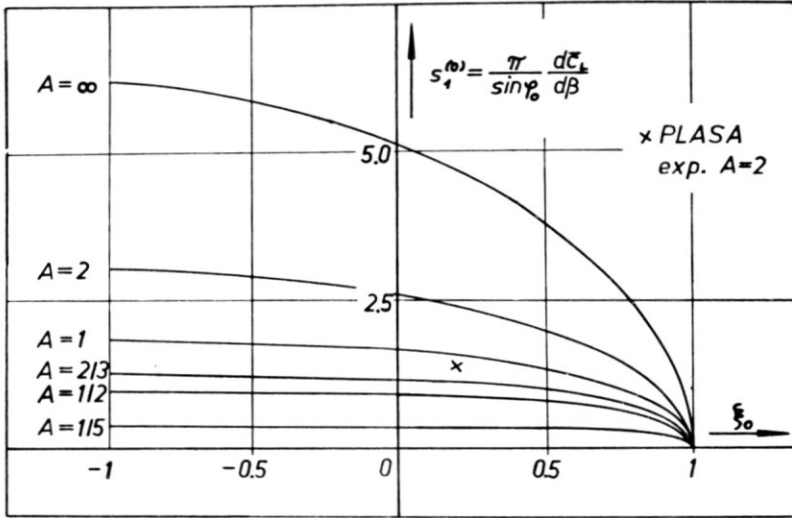


BILD 9a. Auftrieb in Folge des Ausschlags eines Ruders für den Bereich $\xi_0 \leq \xi \leq 1$, $-\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0$; die Kurven $s_1^0(-\xi_0) \cos \varphi$ entsprechen der Zirkulation von der Flügelnahe bis $\xi = -\xi_0$ sind identisch mit den Messungen von Hacques.

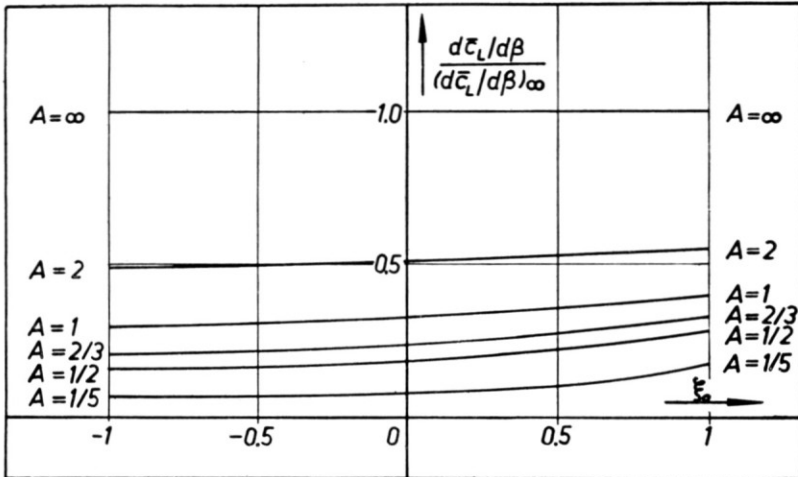


BILD 9b. Faktor $(d\bar{C}_L/d\beta)/(d\bar{C}_L/d\beta)_\infty$ für die Berechnung des Auftriebs in Folge des Ausschlags eines Ruders (Zweidimensionale Rechnung).

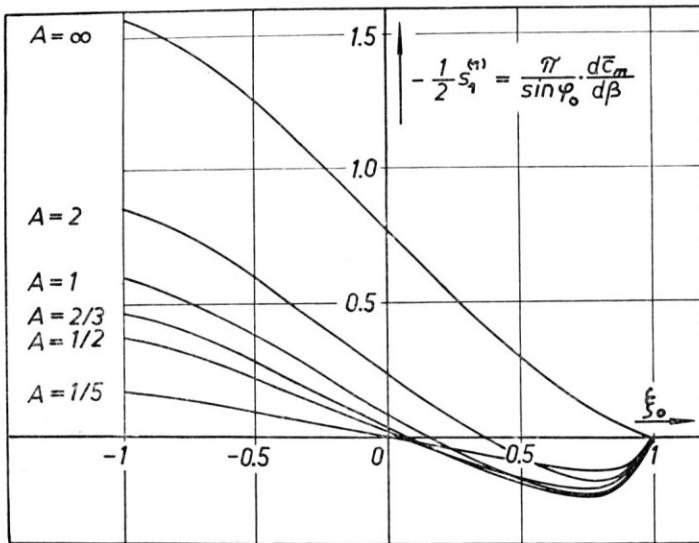


BILD 10a. Kopplastiges Moment in Folge des Ausschlages eines Ruders für den Bereich $\xi_0 \leq \xi \leq 1$, $-\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0$.

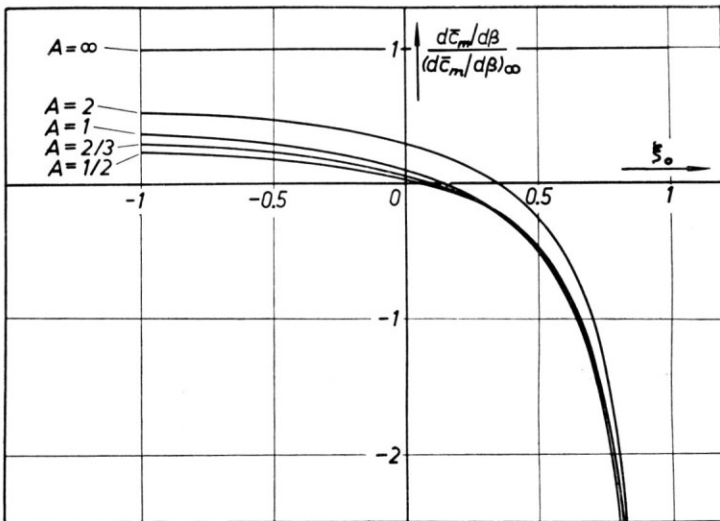


BILD 10b. Faktor $(d\bar{c}_m/d\beta) / (dc_m/d\beta)_\infty$ für die Berechnung des Kopplastigen Momentes (Zweidimensionale Rechnung).

An Windkanalmessungen ist mir nur die Messung von Plasa⁽⁹⁾ bekannt geworden. Die Übereinstimmung mit der Theorie ist unbefriedigend, Auftrieb und Moment liegen 30–40% unter den theoretischen Werten. Diese Diskrepanz dürfte zu einem kleinen Teil darauf beruhen, dass die Anstellwinkelverteilung eines realen Ruders wegen der notwendigerweise geraden Drehachse nicht genau der oben angenommenen stückweise konstanten Verteilung entspricht, vor allem aber darauf, dass es sich bei der vorliegenden Messung um ein dickes Profil (NACA 0015) mit einem grossen Ruderspalt handelt, während der Theorie die Vorstellung eines geknickten Streckenprofils zugrundeliegt. In diesem Fall treten bereits Unterschiede gleicher Grössenordnung zwischen der zweidimensionalen Theorie und dem Experiment auf. Vermutlich kann man unsere theoretischen Ergebnisse dadurch für die Praxis des Ringflügels fruchtbar machen, dass man die zweidimensionale, i.a. experimentell bestimmte Ruderwirkung mit dem Quotienten der theoretischen Ruderwirkung für A und $A = \infty$ multipliziert, s. Bild 9b und 10b.

3. Ein dickes Profil mit der Dickenverteilung $d(x)$ erfordert am Ringflügel genau wie in der zweidimensionalen Profiltheorie eine Quellverteilung der Stärke $q(x) = Vd'(x)$ oder mit den dimensionslosen Bezeichnungen $d(x) = Lt(\xi)$, $q(x) = Vq_0(\xi)$:

$$q_0(\xi) = 2t'(\xi).$$

Aber anders als im ebenen Fall wird auch bzw. gerade beim axial angeströmten, symmetrischen Profil infolge der Induktionswirkung der

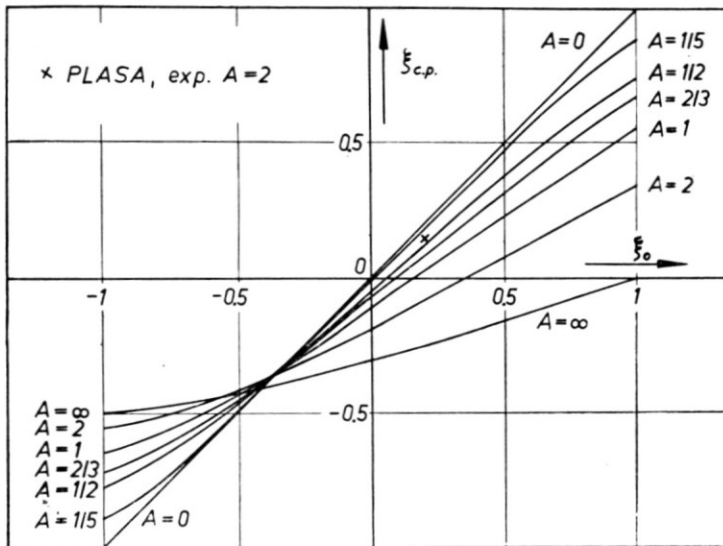


BILD 11. Druckmittelpunkt der Auftriebsverteilung in Folge eines Ruderausschlages.

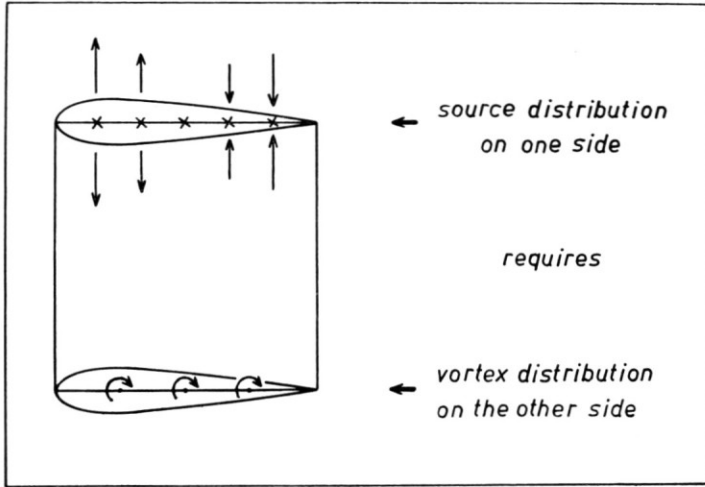


BILD 12. Skizze für die durch Flügelstärke verlangte Quelle und Wirbelverteilung.

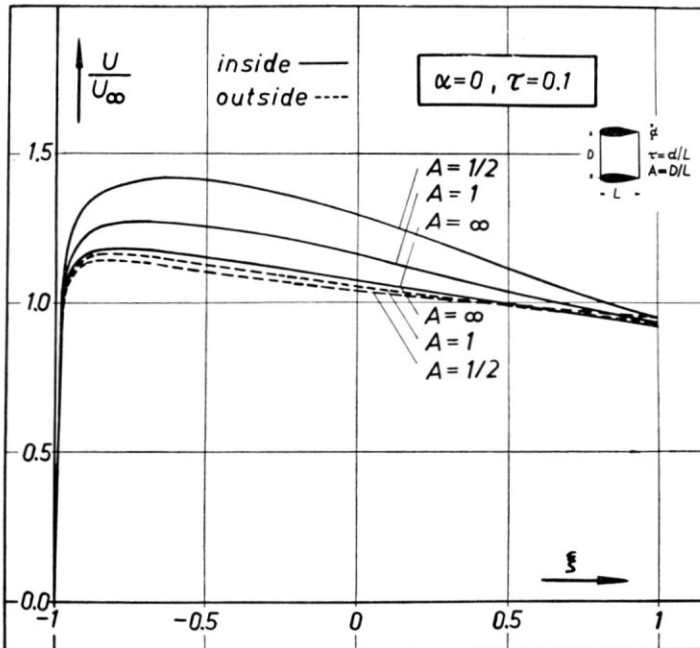


BILD 13. Meridionale Geschwindigkeitsverteilungen auf Flügelsehne Basis für Ringflügel mit symmetrischem Joukowski Profil bei Null Austellung.

Quellen am "gegenüberliegenden" Profil eine Wirbelverteilung $\gamma_q(\xi, \varphi) = Vg_q(\xi)$ des Ringes erforderlich, vgl. Bild 12. Diese Wirbelverteilungen bzw. ihre Birnbaumkoeffizienten sowie die zugehörigen Radialkräfte und Momente sind für die Dickenverteilungen $t^{(j)}(\xi) = \sin j\theta$ ($j = 1, 2, 3$) für einige Werte von λ in ^(21, 22) berechnet worden, so dass die Werte für eine beliebige, nicht allzu abnorme Dickenverteilung durch Superposition sehr schnell gewonnen werden können.

Ferner sind in ⁽²¹⁻²³⁾ Formeln und Zahlenergebnisse für die Axial- und Azimutalgeschwindigkeiten angegeben, die von den wichtigsten Wirbel- und Quellverteilungen an der Zylinderoberfläche induziert werden. Diese Geschwindigkeitsverteilungen besitzen grösstenteils die bekannte Vorderkantensingularität des unendlich dünnen Profils. In Übertragung der von Keune⁽⁵⁾ und Riegels^(12, 13) entwickelten Ideen lassen sich aber aus diesen Verteilungen leicht die nunmehr endlichen Geschwindigkeiten an der Oberfläche des dicken Profils berechnen. In

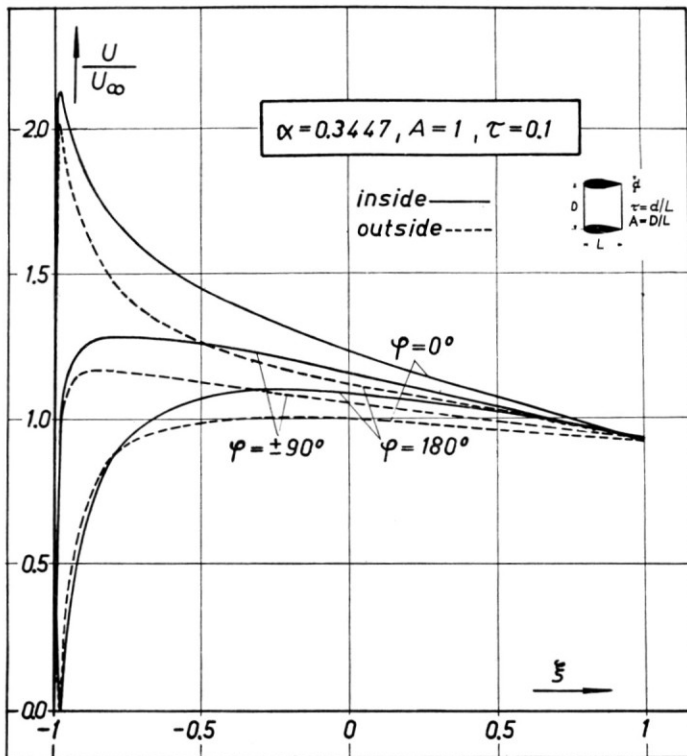


BILD 14. Meridionale Geschwindigkeitsverteilungen auf Flügelschue Basis für das "untere" ($\varphi = 0^\circ$), "obere" ($\varphi = 180^\circ$) und "seitliche" ($\varphi = \pm 90^\circ$) Profil eines Ringflügels.

den Bild 13 und 14 sind einige Verteilungen der Meridionalgeschwindigkeit für das symmetrische Profil

$$t(\xi) = \tau \frac{4}{3\sqrt{3}} (\sin\theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta)$$

(angenähertes Joukowskiprofil) bei axialer und nichtaxialer Anströmung wiedergegeben. In Bild 13 ist zu erkennen, dass sich der Ringeinfluss (Abhängigkeit von A) vor allem auf die Geschwindigkeit an der Profillinenseite auswirkt, was der Anschauung entspricht. Die Verteilungen der "seitlichen" Profile ($\varphi = \pm 90^\circ$) des angestellten Flügels sind identisch mit denen des nichtangestellten Flügels.

Die azimutalen Geschwindigkeiten wirken sich in Auftrieb und Moment nicht aus, die von ihnen erzeugten Radialkräfte sind aber für Festigkeitsuntersuchungen wichtig.

B. Das Geschwindigkeitsfeld des Ringflügels

Zur Lösung von Interferenzproblemen (vgl. I, C.) muss man das Geschwindigkeitsfeld des Ringflügels im ganzen Raum, jedenfalls nicht nur an der Oberfläche, kennen. Die nunmehr von zwei Parametern abhängigen Kernfunktionen setzen sich nicht nur aus elliptischen Integralen erster und zweiter Art (bzw. den von Riegels tabellierten Funktionen) zusammen, sondern enthalten auch Integrale dritter Art. Die Formeln sind für die numerische Auswertung vorbereitet, die Rechnungen selbst wurden aber bisher nur soweit durchgeführt, als sie für die in Angriff genommenen Interferenzprobleme benötigt wurden. Für Rechnungen mit nicht allzu hohen Ansprüchen an Genauigkeit kann man überdies die von Winckler⁽²⁵⁾ berechneten Kernfunktionen benutzen. Als praktisch bedeutsames Teilergebnis unsrer Rechnungen möchte ich nur erwähnen, dass der Abwind im Innern eines kreiszylindrischen Ringflügels nahezu konstant über dem Durchmesser ist.

C. An- und Einbauten

1. Untersucht wurde ein beiderseits unendlich langer Kreiszyylinder als Rumpf in einem kreiszylindrischen Ringflügel mit zusammenfallender Rumpf- und Flügelachse, wobei offenbar nur die nichtaxiale Anströmung zu behandeln ist. Der Rumpf wurde durch eine auf der Achse gelegene Dipolverteilung repräsentiert; die zugehörigen induzierten Geschwindigkeiten an der Rumpfoberfläche wurden berechnet unter der Annahme, dass das Verhältnis ρ_B von Rumpf- und Flügelradius klein ist, eine Annahme, die lediglich für die durch die Interferenz (nicht durch die Anströmung) bedingte Dipolverteilung und ihre Induktion eine gewisse Vernachlässigung bedeutet. Im Hinblick auf die Kleinheit von ρ_B wurden für die vom Flügel induzierten Geschwindigkeiten nicht die

auf der Rumpfoberfläche, sondern die auf der Achse herrschenden Werte benutzt. Die Forderung tangentialer Strömung an Rumpf und Flügel, aus der die Dipol- und die Wirbelverteilung auf der Achse bzw. der Flügelfläche zu bestimmen sind, führt zu einer Integralgleichung für die Wirbelverteilung $\gamma(\xi, \varphi) = Vg_1(\xi)\cos\varphi$, die dieselbe Struktur wie die Gleichung $T_{1g_1} = \alpha_1$ des Flügels allein hat mit dem einen wesentlichen Unterschied, dass der dortige Kern $U_1(\eta)$ jetzt durch einen Kern

$$U_B(\eta) = U_1(\eta) + \frac{\pi}{4}\rho_B^2 B(\eta)$$

mit einer in (23) wiedergegebenen uni-

versalen Funktion $B(\eta)$ zu ersetzen ist. Diese Integralgleichung kann daher mit denselben Methoden wie die frühere gelöst werden, und es können unter Benutzung der $\frac{3}{4}$ -Punkt-Methode auch analoge Näherungsformeln hergeleitet werden.

Kennzeichnet man die Teilauftriebe von Rumpf und Flügel innerhalb des Systems durch die Indizes B und W und bezieht man alle Beiwerte nach wie vor auf die Flügeloberfläche $2\pi RL$, so folgt aus der (in ρ_B linearisierten) Theorie exakt die Beziehung

$$\bar{c}_{LB} = -\rho_B^2 \bar{c}_{LW},$$

d.h. der Rumpf erfährt einen Abtrieb, wenn der Flügel einen Auftrieb hat. Der Beiwert \bar{c}_{LW} kann aus der durch Lösung der Integralgleichung gefundenen Wirbelverteilung berechnet werden oder aber näherungsweise durch Anwendung Gaußscher Quadraturformeln (3-Punkt-Theorie) in geschlossener Form:

$$\bar{c}_{LW} = \frac{1 - \rho_B^2}{1 - \zeta_1(\lambda) \frac{\pi\lambda}{2} \rho_B^2 \left[1 - \frac{1}{2} B(\lambda) \right]} \pi \zeta_1(\lambda) \alpha.$$

Definiert man einen Interferenzfaktor ζ_B als Quotienten des gesamten Systemauftriebs dividiert durch den Auftrieb des Flügels ohne Rumpf:

$$\bar{c}_{LB} + \bar{c}_{LW} = \bar{c}_L = \zeta_B \bar{c}_{L, \rho_B} = \circ,$$

so ergibt sich

$$\zeta_B = \frac{(1 - \rho_B^2)^2}{1 - \zeta_1(\lambda) \frac{\pi\lambda}{2} \rho_B^2 \left[1 - B(\lambda)/2 \right]}.$$

In Bild 15 ist ζ_B nach dieser Formel für einige Werte von λ über ρ_B aufgetragen. Obwohl die ganze Theorie die Kleinheit von ρ_B zur Voraussetzung hat, ergibt sich im Grenzfall $\rho_B = 1$ doch der richtige Wert $\zeta_B = 0$, so dass die Kurven vielleicht doch über das ganze ρ_B -Intervall brauchbar sind. Sie stimmen überdies recht ordentlich mit den Werten überein, die für $\lambda = 1$ und $\lambda = 2$ aus der Integralgleichung

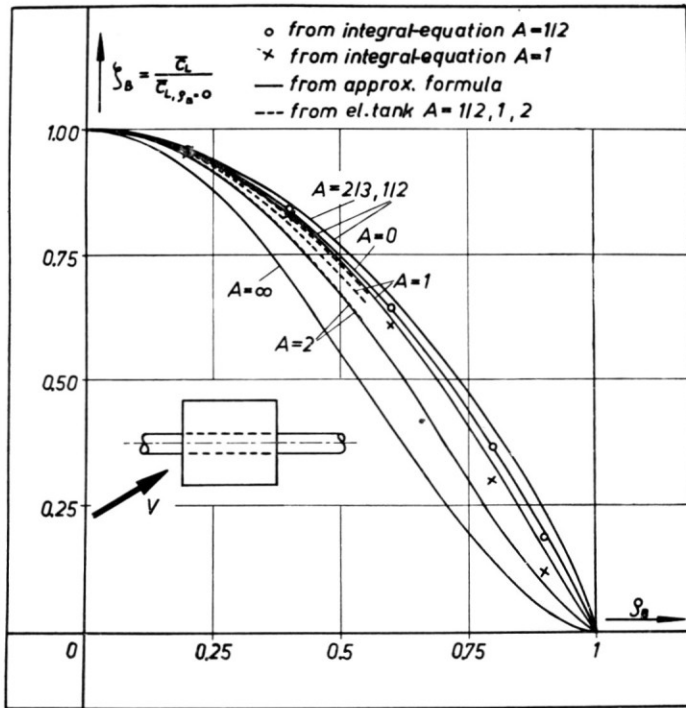


BILD 15. Interferenz Faktor ζ_B mit welchem der Totale Auftrieb in Folge des Beiseins eines Körpers von Durchmesser = Verhältnis ρ_B vermindert wird.

berechnet wurden. Insbesondere prüft man leicht nach, dass in den Grenzfällen $\lambda = 0$ und $\lambda \rightarrow \infty$ die Näherungsformel dieselben Ergebnisse wie die Integralgleichung liefert:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \zeta_B = (1 - \rho_B^2)^2, \quad \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \zeta_B = 1 - \rho_B^2.$$

In Bild 15 ist auch ein Vergleich mit den Resultaten von Malavard-Hacques durchgeführt. Da aus Bild III 35 von (4) nur der Flügelauftrieb \bar{c}_{LW} entnommen werden konnte, wurde der zugehörige Rumpfauftrieb \bar{c}_{LB} und damit dann ζ_B mittels der Beziehung $\bar{c}_{LB} = -\rho_B^2 \bar{c}_{LW}$ bestimmt. Auch hier darf man wohl von guter Übereinstimmung der Ergebnisse sprechen.

Für die Neutralpunktlage des Rumpf-Flügel-Systems erhält man die Näherungsformel

$$\xi_{ac} = 2x_{ac}/L = -0.5 - \frac{\lambda}{6} \frac{U_B\left(\frac{3\lambda}{2}\right)}{1 + \frac{\lambda}{3} \left[U_B(\lambda) + U_B\left(\frac{\lambda}{2}\right) - U_B\left(\frac{3\lambda}{2}\right) \right]}$$

mit den Grenzwerten

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \xi_{ac} = -0.5, \quad \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \xi_{ac} = -1,$$

wonach also im Fall unendlich kleiner und unendlich grosser Streckung die Neutralpunktlage durch den Rumpf nicht geändert wird.

In Bild 16 ist die Neutralpunktverschiebung durch den Rumpf (bezogen auf die Flügeltiefe) für verschiedene λ über ρ_B aufgetragen. Man sieht, dass durch den Rumpf der Neutralpunkt etwas nach hinten

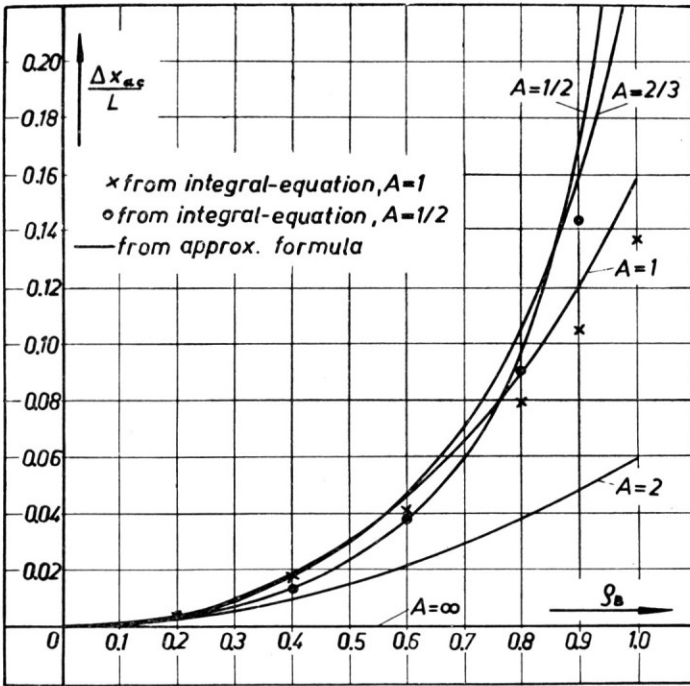


BILD 16. Verschiebung der Neutralpunktlage in Folge des Beiseins eines Körpers von Durchmesser Verhältnis ρ_B .

verschoben wird, und zwar im Bereich $0 \leq \rho_B \leq 0.6$ um maximal 5% der Flügeltiefe. Auch hier zeigt sich brauchbare Übereinstimmung zwischen den nach der Näherungsformel und den aus der Integralgleichung berechneten Werten.

Zur Zeit arbeiten wir an einer Übertragung der Theorie auf Rumpfe endlicher Länge. Für nicht allzu kurze, nahezu kreiszylindrische Rumpfe kann man auch die obigen Resultate verwenden, wenn man den Einfluss der Rumpfspitze gesondert erfasst und als Korrektur hinzufügt.

2. Probleme des ummantelten Propellers sind von uns in Zusammenarbeit mit dem Institut für Strömungslehre und Strömungsmaschinen der

Technischen Hochschule Karlsruhe bearbeitet worden. In ⁽¹⁾ ist eine ausführliche Darstellung der historischen Entwicklung dieser Theorie und ihres heutigen Standes gegeben worden und der Versuch gemacht, durch Bereitstellung eines umfangreichen Zahlenmaterials aus Theorie und Erfahrung dem Konstrukteur die nötigen Entwurfsunterlagen an die Hand zu geben. Wesentliche Voraussetzungen der Theorie sind (ausser axialer Anströmung) die Annahme eines drallfreien Strahls, was z.B. durch einen Leitapparat oder durch gegenläufige Propeller erreicht werden kann, und eines Propellers unendlicher Blattzahl, der jedem erfassten Flüssigkeitselement denselben Energiezuwachs erteilt (actuator disc). Unter diesen Voraussetzungen findet im Düseninnern an der Propellerebene ein konstanter Drucksprung Δp , d.h. eine Erhöhung der Bernoullischen Konstanten um Δp , statt, und man kann sich die gesamte Strömung erzeugt denken durch eine Schicht von Ringwirbeln auf der Düse und der Strahlengrenze. Die Lage des Propellers innerhalb der Düse hat (bei gegebenem Δp) keinerlei Einfluss auf das Geschwindigkeitsfeld und wirkt sich in der Druckverteilung lediglich durch die Lage des Drucksprungs Δp aus.

Im Rahmen der auch beim Ringflügel gemachten Linearisierungen darf man die Ringwirbelschicht der Düse auf einem Kreiszyylinder annehmen. Die Ringwirbelschicht des Strahls hat streng genommen weder konstante Dichte noch konstanten Durchmesser, doch darf man in erster Näherung ähnlich wie bei den freien Wirbelschichten der Tragflügeltheorie von diesen Veränderlichkeiten absehen, wenn es sich

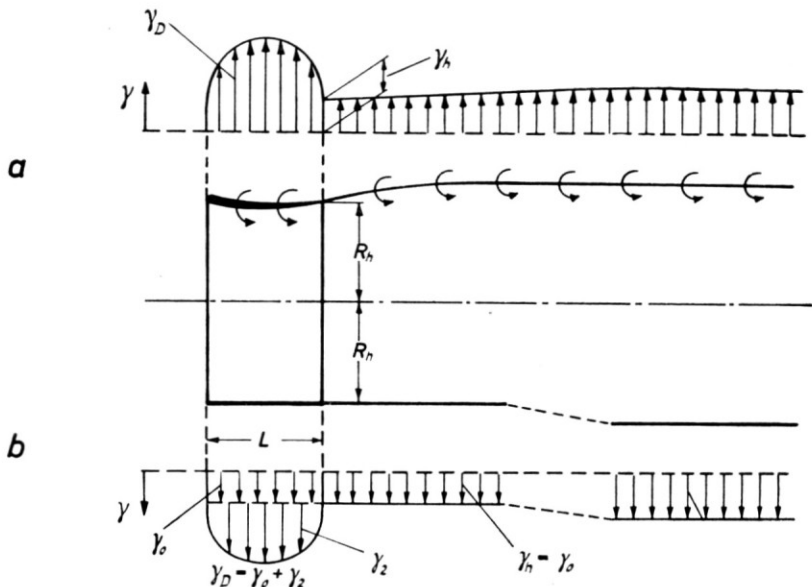


BILD 17. Wirkliches (a) und Vereinfachtes (b) Wirbelsystem zur Veranschaulichung eines ummantelten Propellers.

um die Berechnung von Geschwindigkeiten, Drücken usw. in und an der Düse handelt. Damit kommt man zum Bilde einer kreiszylindrischen Schicht von Ringwirbeln, deren Dichte $\gamma(x)$ von der Düsenhinterkante ab stromabwärts den konstanten Wert γ_h der Hinterkante besitzt. Zwischen γ_h und Δp besteht die Beziehung $\Delta p = \rho(V + \bar{v}_{xh})\gamma_h$, wenn \bar{v}_{xh} die mittlere induzierte Axialgeschwindigkeit an der Hinterkante bedeutet. Vgl. Bild 17.

Um das zeitraubende Lösen von Integralgleichungen zu vermeiden, wurde in ⁽¹⁾ nicht die Düsenkontur, sondern die Wirbelschicht vorgegeben und die Kontur daraus unter Benutzung der KÜCHEMANN-WEBERSCHEN Tabellen⁽⁶⁾ berechnet. Die Wirbelverteilung über die Tiefe der Düse wurde additiv aus einer konstanten und einer elliptischen Verteilung

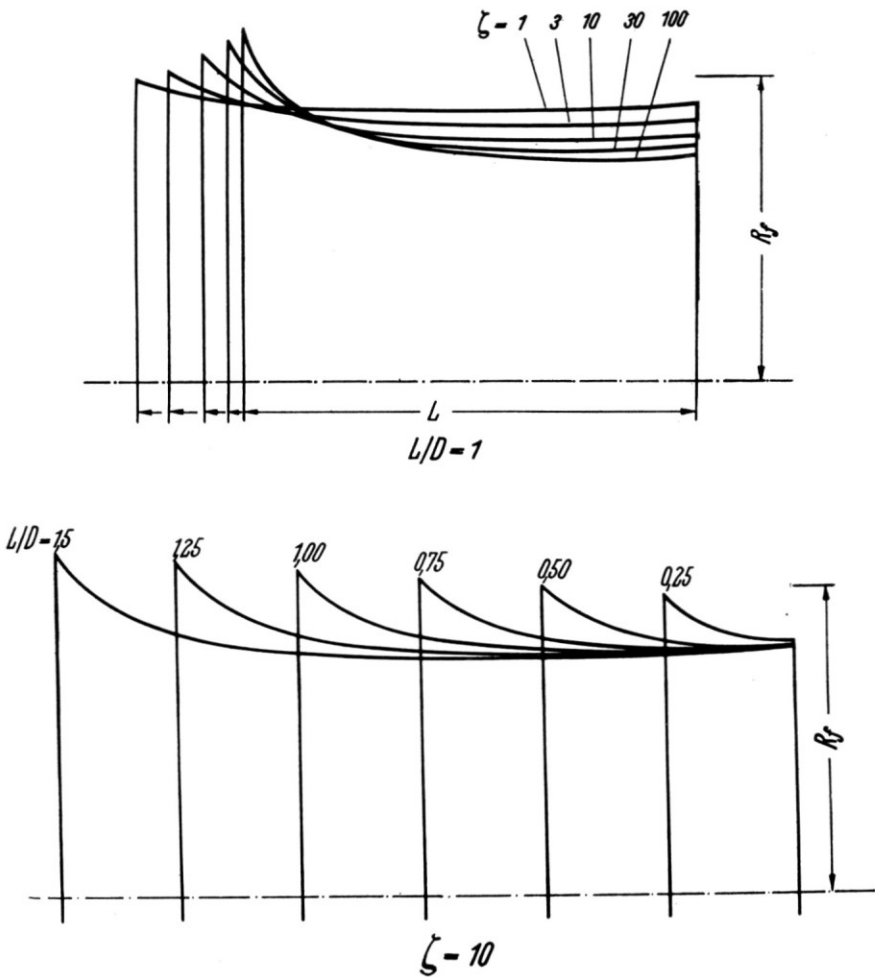


BILD 18. Düsen Profile für ummantelte Propeller.

zusammengesetzt*; die damit verfügbaren zwei Parameter wurden benutzt, um bestimmte Belastungsgrade $\zeta = 2\Delta p/\rho V^2$ der Schraube und bestimmte Neigungswinkel α_h des Düsenprofils an der Hinterkante zu erzielen. Bei den veröffentlichten Düsenformen wurde im Hinblick auf die Erfahrungen mit der Ablösung an Diffusoren $\alpha_h = 3.5^\circ$ gewählt, so dass als Parameter noch ζ und λ variiert werden konnten. In Bild 18 sind eine Anzahl der berechneten Düsenformen in zwei typischen Bildern aus ⁽¹⁾ wiedergegeben; R_f bedeutet den Radius desjenigen nichtummantelten Propellers, der bei gleichem Belastungsgrad ζ denselben Gesamtschub wie das System Propeller + Düse liefert. Man erkennt, dass die Ummantelung zwar eine Verkleinerung des Propellers ermöglicht, dass aber der maximale Düsenradius sogar etwas grösser als R_f werden kann.

In Bild 19 sind die Radialkraftbeiwerte c_r der untersuchten Düsen zusammengestellt. Diese im Vergleich zum maximalen Auftrieb von

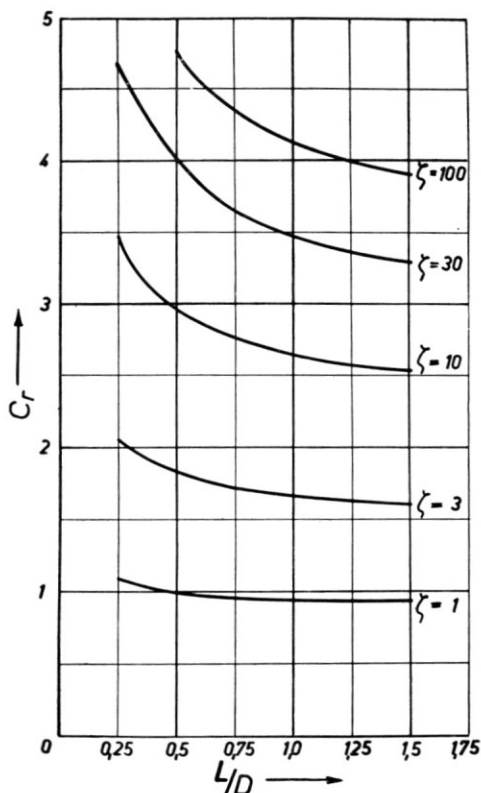


BILD 19. Radial Kraftbeiwerte an der Düse von ummantelten Propellern.

*Diese Verteilungen ergeben Profile, deren Steigung an der Vorderkante logarithmisch unendlich wird, was jedoch praktisch kaum zu sehen ist und daher bewusst in Kauf genommen wurde.

Tragflügeln ausserordentlich grossen Werte dürften an unseren Düsen wirklich erreicht werden, da Ablösung (im Auslegungszustand) mit ziemlicher Sicherheit ausgeschlossen ist. Dabei sind die Beiwerte c_r fairerweise bereits auf eine durch den Strahl überhöhte mittlere Geschwindigkeit bezogen, bei Bezug auf die Anströmungsgeschwindigkeit V weit vor der Düse würde man zu noch grösseren Werten kommen.

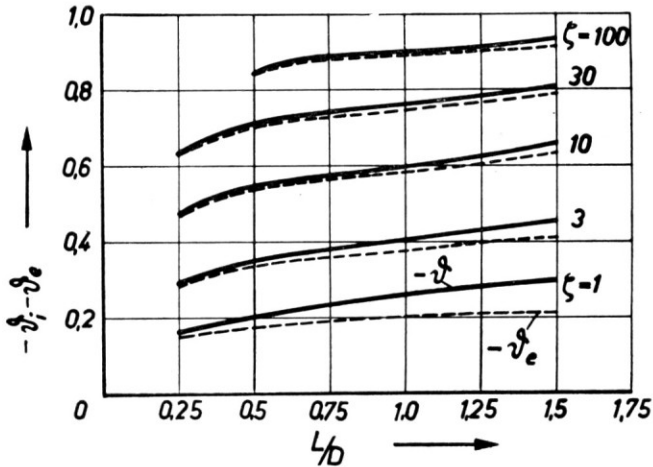


BILD 20. Verhältnis $S_n/S_p = \theta$ für Mantel und Propeller Schub θ_e : (Reibung Berücksichtigt).

In Bild 20 ist die sogenannte Düsensogziffer

$$\theta = -S_n/S_p = 1 - (R_f/R_p)^2$$

aufgetragen, d.h. (vom Vorzeichen abgesehen) das Verhältnis des Mantel- schubs S_n zum Propellerschub S_p , für den Fall, dass der Propellerradius R_p gleich dem Düsenradius an der engsten Stelle ist. Man erkennt, dass bei hohen Belastungen der Schub zu beinahe gleichen Teilen auf Mantel und Propeller verteilt ist. Die gestrichelt eingetragenen Kurven θ_e geben die gleiche Ziffer bei Berücksichtigung des (grob abgeschätzten) Mantel- widerstandes an.

Auch der Einfluss der Propellernabe wurde untersucht; Bild 21 zeigt ein Beispiel mit eingezeichneten Stromlinien. Obwohl der Radius der Nabe etwa $\frac{1}{4}$ des Düsenradius beträgt, ist ihr Einfluss gering. Z.B. ist der Gesamtschub des gezeigten Systems mit Nabe nur um 2.5% geringer als der Schub der gestrichelt eingezeichneten Düse ohne Nabe. Der Grund dafür ist, dass der Volumfluss im achsennahen Bereich relativ klein ist.

Auch die Geschwindigkeits- bzw. Druckverteilung an und in der Düse kann aus dem in ⁽¹⁾ bereitgestellten Zahlenmaterial leicht entnommen

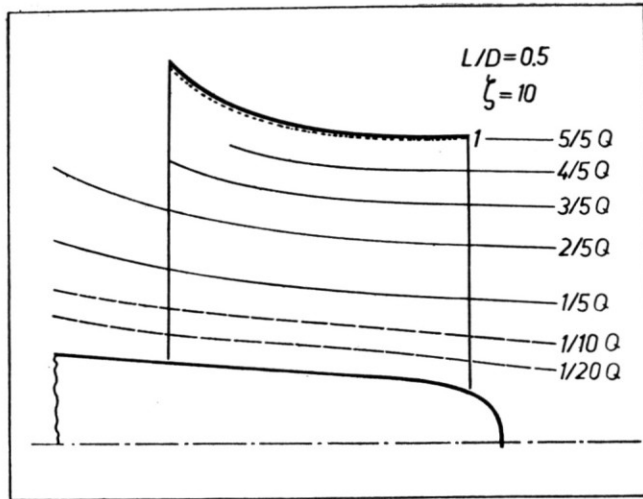


BILD 21. Strömlinien eines ummantelten Propellers mit Nabe (gestrichelte Kurve: Düsenprofil ohne Nabe).

werden. Jedoch soll hierauf und auf die in ⁽¹⁾ behandelten Fragen der Auslegung des Propellers unter Benutzung der an Strömungsmaschinen gewonnenen Erfahrungen im vorliegenden Referat nicht eingegangen werden.

Zur Zeit laufen noch Untersuchungen über die Genauigkeit unserer Resultate vor allem im Hinblick auf die Zulässigkeit der Linearisierung, über den Einfluss der Dicke des Düsenprofils und der endlichen Blattzahl des Propellers. Mit den für Ringflügel entwickelten Hilfsmitteln lassen sich auch Aufgaben, bei denen die Düsenkontur vorgegeben und damit eine Integralgleichung zu lösen ist, verhältnismässig mühelos behandeln, was in gewissem Umfang auch schon geschehen ist. Schliesslich wird eine experimentelle Nachprüfung der Theorie vorbereitet.

3. Über die zur Zeit laufenden Untersuchungen an Ringflügeln mit Streben, die z.B. als Tragarme von Rümpfen auftreten können, soll hier nicht berichtet werden; eine ausführliche Darstellung soll zu Beginn des Jahres 1959 in der ARDC-Reihe⁽²⁶⁾ erscheinen. Das von Malavard-Hacques behandelte Problem der Aussenflügel wurde bisher nicht untersucht.

2. GRENZSCHICHT UND WIDERSTAND

A. Axialsymmetrische Strömung

Bei den Grenzschicht- und Widerstandsuntersuchungen war es unsere Absicht, zunächst einmal möglichst rasch, also mit möglichst wenig aufwendigen Methoden unter Verzicht auf Feinheiten und Details einen

ersten Überblick über die Hauptphänomene—vor allem, soweit sie für die Praxis bedeutsam sein könnten—zu erhalten. Obwohl der rotations-symmetrische Fall mittels der Mangler-Transformation⁽⁸⁾ streng auf das zweidimensionale Problem zurückgeführt werden kann, wurde im Interesse der Zeitersparnis gewissermassen naiv zweidimensional gerechnet; einige inzwischen erfolgte Kontrollen ergaben in gewissem Umfang die Berechtigung dieses Verfahrens (vgl. Bild 22 und⁽²⁶⁾). Als Profil wurde das oben erwähnte symmetrische Joukowski-Profil mit verschiedenen relativen Dicken τ genommen, das ja bereits im potentialtheoretischen Teil häufig als Beispiel gedient hatte.

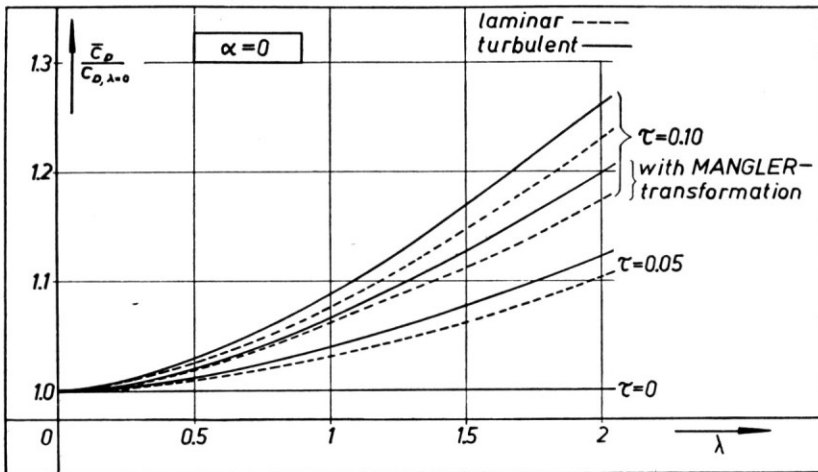


BILD 22. Totaler Widerstandsbeiwert von Ringflügeln mit symmetrischem Jonkowski Profil dividiert durch den Zweidimensionalen Widerstandsbeiwert $c_{D\lambda=0}$ (beide bei Null anströmung).

Infolge der in Bild 13 erkennbaren Unsymmetrie der Geschwindigkeitsverteilung eines symmetrischen Profils im Verbinde eines Ringflügels ist zu erwarten, dass der Profilwiderstand eines Ringflügels mit zunehmendem λ wachsen wird. Zur quantitativen Bestimmung dieses Effekts wurde der Profilwiderstandsbeiwert \bar{c}_D des Ringflügels mittels der Truckenbrodtschen Quadraturformeln⁽¹⁶⁾ berechnet für die beiden Extremfälle, dass die Grenzschicht am ganzen Profil laminar und dass sie überall turbulent ist. Dividiert man \bar{c}_D durch den entsprechenden zweidimensionalen Widerstandsbeiwert $\bar{c}_{D\lambda=0}$, so erhält man ein von der Reynoldsschen Zahl unabhängiges Mass für die Beeinflussung des Profilwiderstandes durch die Ringform. Das Ergebnis dieser Rechnungen ist in Fig. 22 zu sehen; z.B. ergibt sich bei einem 10% dicken Profil und $\lambda = 1$ eine Widerstandsvermehrung um 10% durch die Ringform. Da die Kurven für den laminaren und den turbulenten Fall gar nicht so sehr verschieden sind, kann man sie auch für den in Wirklichkeit auftretenden gemischt

laminar-turbulenten Fall benutzen. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, dass keine Ablösung eintritt, was für den in Fig. 22 gezeigten Bereich von λ und τ keineswegs überall zutrifft.

Aus diesem Grunde wurden auch Grenzschichtrechnungen—ebenfalls nach einem Verfahren von Truckenbrodt⁽¹⁵⁾—durchgeführt mit dem Ziel, den Punkt der Ablösung zu bestimmen. Der Umschlagpunkt wurde dabei willkürlich bei $\xi = -0.56$ kurz hinter dem Druckminimum angenommen. Nimmt man mit Speidel⁽¹⁴⁾ an, dass der Druck im Totwasser gleich dem Druck der Potentialströmung an der Ablösestelle ist, so lässt sich der Profilwiderstand berechnen. Ein Beispiel für das Ergebnis dieser Rechnungen ist in Fig. 23 zu sehen, wo der Profilwiderstandsbeiwert \bar{c}_D eines 10% dicken Profils unter Berücksichtigung etwaiger Ablösung für verschiedene Reynoldszahlen über λ aufgetragen ist. Gestrichelt eingetragen ist der Widerstandsbeiwert bei Nichtberücksichtigung der Ablösung. Bei einem 20% dicken Profil besteht Ablösungsgefahr bis zu viel grösseren Werten von Re und $A = 1/\lambda$:

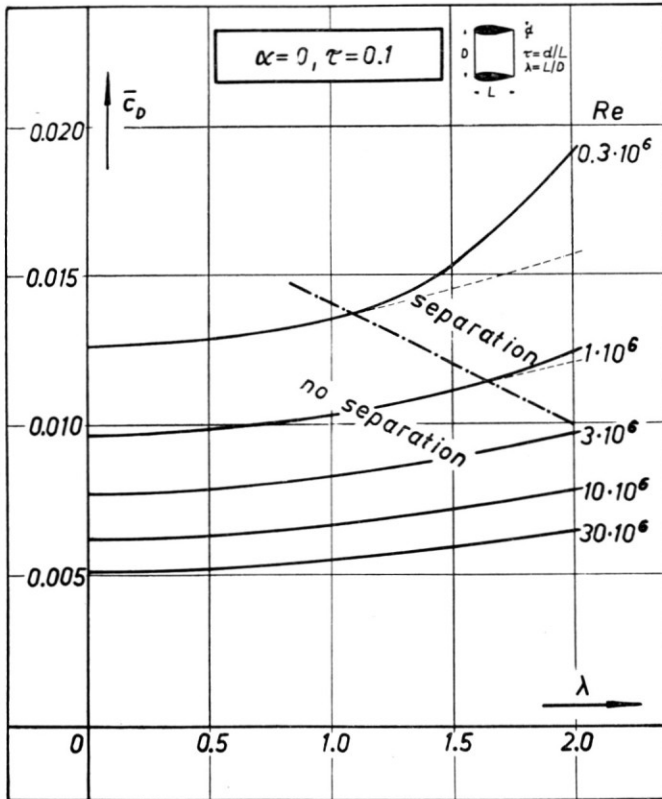


BILD 23. Totaler Profil Widerstandsbeiwert \bar{c}_D bei Null anstellung mit Ablösung (gestrichelt: ohne Ablösung).

Für Reynoldszahlen bis zu $2 \cdot 10^6$ z.B. tritt nach diesen Rechnungen bei jedem Wert von A Ablösung und damit eine erhebliche Vergrößerung des Widerstandes ein.

B. Der angestellte Ringflügel

Obwohl beim angestellten Ringflügel ein Problem der dreidimensionalen Grenzschichtströmung vorliegt, wurde er nach den gleichen zweidimensionalen Verfahren behandelt wie der axial angeströmte Flügel, indem die Umfangsgeschwindigkeiten fürs erste vernachlässigt wurden, was zumindest für kleine Anstellwinkel zulässig sein dürfte. Dieses stark vereinfachende Vorgehen hatte überdies den Vorteil, dass die—für die Praxis wichtigere—turbulente Grenzschicht nach wie vor behandelt werden konnte, der man bei dreidimensionaler Strömung zur Zeit noch völlig hilflos gegenüber steht. Selbst bei dieser Vereinfachung ist die Rechenarbeit erheblich grösser als für den nichtangestellten Flügel, weil nunmehr die Potentialströmung und damit auch die Grenzschicht für jeden Profilschnitt anders ist und man daher die früher nur einmal gemachte Rechnung jetzt für eine ganze Anzahl von Werten des Umfangswinkels φ durchführen muss.

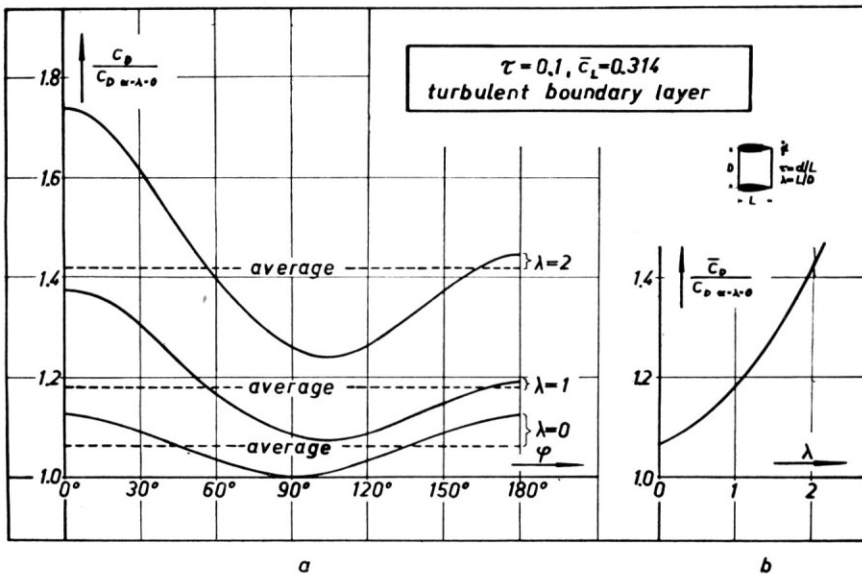


BILD 24. (a) Verteilung des Profil Widerstandsbeiwert c_D bei nicht Null ausstellung dividiert durch den Zeidimensionalen Widerstandsbeiwert $c_{D_{\alpha=\lambda=0}}$ bei Null ausstellung über den Umfang von verschiedenen Ringflügeln von relativer Dicke $\tau = 0.1$ und totalem Antriebsbeiwert $\bar{c}_L = 0.314$. Eine turbulente greuzschicht ist angenommen, aber keine Ablösung.

(b) Totaler Widerstand in Folge der Verteilung in 24(a).

Untersucht wurde das 10% dicke Profil für verschiedene Flügelstreckungen bei einem Auftriebsbeiwert $\bar{c}_L = 0.1\pi$ unter der Annahme vollturbulenter Grenzschicht. In Bild 24 ist die Profilwiderstandsverteilung über dem Umfang, genauer: der Profilwiderstandsbeiwert c_D dividiert durch den zweidimensionalen Widerstandsbeiwert $c_{D\alpha=\lambda=0}$ des nicht-angestellten Profils aufgetragen, wobei von etwaiger Ablösung abgesehen wurde. Man erkennt, dass der Profilwiderstand—insbesondere bei langgestreckten Flügeln—auf der unteren Flügelhälfte merklich grösser als auf der oberen ist. Daneben ist auch noch das Integral dieser Verteilungen, also der Profilwiderstand des ganzen Flügels zu sehen, der mit $\lambda = 1/A$ stark zunimmt.

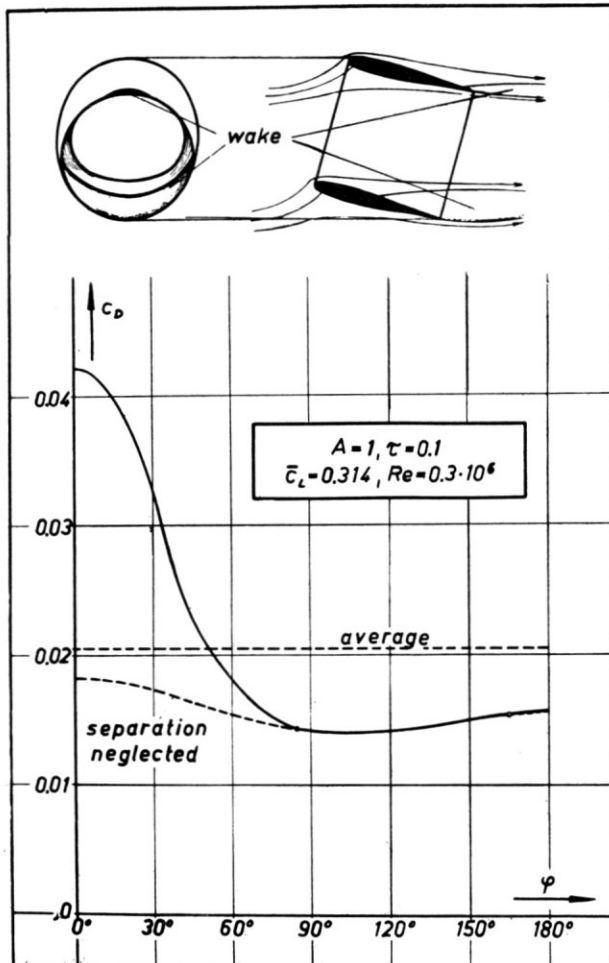


BILD 25. Verteilung des Profilwiderstandes über den Umfang eines Ringflügels bei Null ausstellung, mit Berücksichtigung der Ablösung.

Diese Effekte werden noch grösser, wenn man die Ablösung in Betracht zieht, was in Bild 25 für den Fall $\lambda = 1$ und $Re = 0.3 \cdot 10^6$ für eine gemischt laminar-turbulente Grenzschicht geschehen ist. Gestrichelt eingezeichnet ist die ohne Ablösung gerechnete Widerstandsverteilung. Auf der beigefügten schematischen Skizze ist zu erkennen, dass die Ablösung vor allem im Innern der unteren Flügelhälfte stattfindet; ein zweites, aber sehr kleines Ablösungsgebiet befindet sich auf der oberen Aussenseite.

Wieweit alle diese Ergebnisse unserer Grenzschichtuntersuchungen wirklich typisch sind, ob z.B. bei anderen Profilformen nicht grundsätzlich andere Ablösungszonen am Flügel auftreten können, muss vorläufig dahingestellt bleiben und kann wohl nur mittels Durchrechnung weiterer Beispiele geklärt werden. Darüber hinaus beabsichtigen wir, unsere Rechenmethoden zu verfeinern und insbesondere zu einer echten dreidimensionalen Theorie der Grenzschicht am Ringflügel zu kommen. Ich glaube, dass der Ringflügel wegen seiner potentialtheoretischen Einfachheit ein besonders geeignetes Modell für das Studium dreidimensionaler Grenzschichtströmungen ist und dabei gleichzeitig einiges Licht auf die entsprechenden Probleme am gewöhnlichen Flügel werfen kann.

Eine Gegenüberstellung von Theorie und Experiment war bei den Widerstands- und Grenzschichtfragen bisher nicht möglich aus Mangel an geeigneten Versuchsergebnissen. Bei den Widerstandsmessungen von Fletcher⁽³⁾ z.B. ist die Streuung von der gleichen Grössenordnung wie die hier betrachteten Effekte, so dass man aus dem Zusammenfallen eines theoretischen und eines gemessenen Wertes (vgl. Fig. 8) keine Schlüsse ziehen kann.

SCHLUSSBEMERKUNGEN

Ich hoffe, mit diesem Bericht einen zwar fragmentarischen, aber doch das Wesentliche enthaltenden Bericht über unsre Arbeiten zur Ringflügeltheorie gegeben zu haben. Die eigentliche (potentialtheoretische) Tragflügeltheorie kann im wesentlichen als abgeschlossen gelten; auf dem Gebiet der Interferenz, das wegen der vielen Möglichkeiten, den Ringflügel mit andern Elementen zu kombinieren, zu sehr vielen Einzelfragen Anlass gibt, ist einiges, auf dem Gebiet der Grenzschicht das meiste noch zu tun.

Die entwickelten Methoden und die erzielten Ergebnisse des potentialtheoretischen Teils dürfen uns mit einer gewissen Befriedigung erfüllen. Die Geschwindigkeits- und Druckverteilung am Flügel kann mit erträglichem Aufwand berechnet werden, soweit sie nicht überhaupt direkt oder durch Interpolation und Superposition dem vorhandenen Zahlenmaterial entnommen werden kann. Für die Gesamtkräfte und -momente hat man überdies sehr einfache und doch überraschend

genaue Näherungsformeln. Die Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen ist durchweg gut, bei einigen Grössen sogar ausgezeichnet. Hervorragend ist schliesslich die Übereinstimmung mit den Resultaten von Malavard-Hacques. So kann man als ein wesentliches Ergebnis unsres gemeinsamen Vortrages feststellen, dass uns in den von Herrn Malavard entwickelten Analogiemethoden ein ausserordentlich wirkungsvolles Hilfsmittel zur Lösung auch komplizierter aerodynamischer Probleme in die Hand gegeben ist.

SCHRIFTTUM

1. H. E. DICKMANN und J. WEISSINGER, Beitrag zur Theorie optimaler Düsen-schrauben (Kortdüsen), *Jahrb. d. Schiffbautechn. Ges.* Bd. 49, 253–300 (1955).
2. A. H. FLAX, General Reverse Flow and Variational Theorems in Lifting-surface Theory, *J. aero. Sci.*, Vol. 19, pp. 361–374 (1952).
3. H. S. FLETCHER, Experimental Investigation of Lift, Drag, and Pitching Moment of Five Annular Airfoils, NACA TN 4117 (1957).
4. G. HACQUES, Problèmes de la surface portante annulaire traités par la méthode des analogies rhéoelectriques, Thèse, Paris, 1958.
5. F. KEUNE, Airfoil theory in incompressible and subsonic flow, Review and Extension, FI Memorandum T 11 (1953).
6. D. KÜCHEMANN and JOHANNA WEBER, Aerodynamics of Propulsion, London–New York, 1953.
7. L. MALAVARD, Problèmes de l'aile annulaire résolus par la méthode des analogies rhéoelectriques, 1st Int. Congress Aeronautical Sciences, Madrid (1958).
8. W. MANGLER, Zusammenhang zwischen ebenen und rotationssymmetrischen Grenzschichten in kompressiblen Flüssigkeiten, *ZAMM* Bd. 28, S. 97–103 (1948).
9. PLASA: Windkanalbericht XII. Messung XII am Modell 103/3. Bölkow-Entwicklungen K.-G. Windkanalbericht XII (1958).
10. Z. PLASKOWSKI, Über ringförmige Tragflügel, IV. Internat. Astronaut. Kongr., Zürich, 1953.
11. F. RIEGELS, Die Strömung um schlanke, fast drehsymmetrische Körper, Mitteilungen aus dem Max-Planck-Institut für Strömungsforschung Nr. 5 (1952).
12. F. RIEGELS, Das Umströmungsproblem bei inkompressiblen Potentialströmungen I, *Ing. Arch.* Bd. 16, S. 373–376 (1948).
13. F. RIEGELS, Das Umströmungsproblem bei inkompressiblen Potentialströmungen II, *Ing. Arch.* Bd. 17, S. 94–106 (1949).
14. L. SPEIDEL, Berechnung der Strömungsverluste von ungestaffelten ebenen Schaufelgittern, *Ing. Arch.* Bd. 22, S. 295–322 (1954).
15. E. TRUCKENBRODT, Ein Quadraturverfahren zur Berechnung der laminaren und turbulenten Reibungsschicht bei ebener und rotationssymmetrischer Strömung, *Ing. Arch.* Bd. 20, S. 212–228 (1952).
16. E. TRUCKENBRODT, Die Berechnung des Profilwiderstands aus der vorgegebenen Profilform, *Ing. Arch.* Bd. 21, S. 176–186 (1953).
17. J. WEISSINGER, Zur Aerodynamik des Ringflügels. I. Die Druckverteilung dünner, fast drehsymmetrischer Flügel in Unterschallströmung, *DVL-Ber.* Nr. 2, (1955).
18. J. WEISSINGER, Zur Aerodynamik des Ringflügels in inkompressibler Strömung, *Z. f. Flugwiss.* Bd. 4, S. 141–150 (1956).

19. J. WEISSINGER, Zur Aerodynamik des Ringflügels. II. Die Ruderwirkung *DVL-Ber.* Nr. 39 (Nov. 1957).
20. J. WEISSINGER, The Ring Airfoil with Deflected Control Surface in Steady Incompressible Flow, ARDC AF 61(514)-904 (1957).
21. J. WEISSINGER, Zur Aerodynamik des Ringflügels. III. Der Einfluss der Profildicke, *DVL-Ber.* Nr. 42 (Okt. 1957).
22. J. WEISSINGER, The Influence of Profile Thickness on Ring Airfoils in Steady Incompressible Flow, ARDC AF 61(514)-904 (1957).
23. J. WEISSINGER, Remarks on Ring Airfoil Theory, ARDC AF 61(514)-1207 (1958).
24. J. WEISSINGER, Über eine Erweiterung der Prandtl'schen Theorie der tragenden Linie, *Math. Nachr.* Bd. 2, S. 46-106 (1949).
25. R. WINCKLER, Induziertes Geschwindigkeitsfeld von dünnen, kreiszylindrischen Ringflügeln in Unterschallströmung, BTZ 900-05/111 (1957).
26. T. WEISSINGER, Ring Airfoil Theory. Problems of Interference and Boundary Layer, ARDC AF 61(514)-1207 (1959)

DISCUSSION

A. VAN DER NEUT*: Ich habe die Ahnung, dass eine aussermittige Lage des Rumpfes eine Verringerung des ungünstigen Einflusses des Rumpfes auf den Auftriebsgrad des Ringflügels haben wird. Der Anstellwinkel führt eine Unsymmetrie ein. Deshalb erwarte ich, dass eine symmetrische (axiale) Lage des Rumpfes nicht das optimale Verhalten der Kombination Ringflügel-Rumpf ergibt.

Ich möchte fragen, ob die aussermittige Anordnung des Rumpfes betrachtet worden ist und ob sie zu grosse Schwierigkeiten für die mathematische Lösung einführen würde.

J. WEISSINGER: Gründlich wurde die aufgeworfene Frage bisher nicht von uns untersucht. Ihre Beantwortung dürfte im Rahmen der im Vortrag geschilderten Linearisierungen und Vereinfachungen nicht allzu schwierig sein. Nach einer oberflächlichen Durchrechnung habe ich den Eindruck, dass eine linearisierte Theorie keinen Effekt der Rumpfvorschiebung liefert. Die Berechnung der nicht-linearen Effekte dürfte möglich, aber doch verhältnismässig mühsam sein.

* Professor, Technische Hochschule, Delft.